



فصل سوم : توان‌رسانی و ریشه‌گیری

توان‌رسانی و قواعد آن

✓ مشابه مسائل صفحه‌ی ۵۵ کتاب درسی

۱- عدد $۳^۶$ را به صورت حاصل ضرب‌های زیر بنویسید:

الف) سه عدد توان‌دار مساوی

ب) دو عدد توان‌دار که یکی ۹ برابر دیگری باشد.

* ۲- عدد $۲۷^{۱۲}$ را به صورت حاصل ضرب دو عدد توان‌دار بنویسید که یکی از آن‌ها ۹ برابر دیگری است.

ثالث عدد کوچک‌تر را بیابید.

* ۳- عدد $۵^۸$ را به صورت ضرب دو عدد توان‌دار که یکی ۲۵ برابر دیگری باشد، بنویسید.

۴- حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

$$\text{الف) } \frac{۵ \times ۲^{۱۷} - ۳^۲ \times ۴^۸}{۲^{۱۰} + ۲^{۱۰}} =$$

$$\text{ب) } \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3}{1 - \left(\frac{1}{8}\right) \left(\frac{5}{3}\right)^3} =$$

$$\text{پ) } \frac{x^۴ y^۲ (x+y)^۳}{x^۲ y (x+y)^۵} =$$

$$\text{* ت) } \underbrace{x^P \times x^P \times \dots \times x^P}_x =$$

$$\text{* ث) } \frac{(۲۵)^۴ (۲۰)^۳ \times ۴^۲}{(۱۲۵)^۲ \times ۲^۶} =$$

$$\text{* ج) } \frac{۲^۷ \times ۷^{۱۱} \times ۱۱^۹}{(۷۷)^۷} =$$

$$\text{چ) } \frac{(۴^۶ + ۴^۶ + ۴^۶ + ۴^۶) \times ۵^۷}{۲۰^۴} =$$

$$= (3^7 \times 15^6) \div (3 \times 45^6) \quad \text{ح}$$

$$= \frac{(8^7 \times 3^7) \div 24^2}{(2^3 \div 0.25^3) \times 3^3} \quad \text{خ}$$

۵- اعداد 5^{31} و 2^{62} را با هم مقایسه کنید.

* ۶- اعداد 8^4 ، 2^{11} و 16^3 را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

* ۷- اگر $0 < a < 1$ باشد، مشخص کنید مقدار $a^3 - a^8$ عددی است مثبت یا منفی؟

۸- اگر $a = 2(3)^{K+1}$ و $b = 9^{K-1}$ باشد، رابطه‌ی بین a و b را بیابید.

۹- اگر $A = 2(3)^2$ و $B = (2^2)^3$ باشد، آن‌گاه رابطه‌ی بین A و B را بیابید.

۱۰- هرگاه $5^{r+8} = (5^{r+2})^2$ باشد، مقدار r را به دست آورید.

* ۱۱- دو عدد توان‌دار را با هم مقایسه کنید.

۱۶^۴ ۲^{۱۵} (الف)

۲^۹ ۳^۶ (ب)

۲^۹ ۳^{۱۵} (پ)

۲۷^۴ ۸۱^۳ (ت)

پاسخ

$$3^6 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \quad \text{الف}$$

-۱

$$3^6 = 3^4 \times 3^2 \quad \left(\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2 = 9 \text{ یکی ۹ برابر دیگری است.} \right) \quad \text{ب}$$

$$\begin{aligned} \text{الف) } \frac{5 \times 2^{17} - 3^2 \times 4^8}{2^{10} + 2^{10}} &= \frac{5 \times 12^{17} - 9 \times (2^2)^8}{2 \times 2^{10}} = \frac{5 \times 2 \times 2^{16} - 9(2)^{16}}{2^{11}} = \frac{10(2^{16}) - 9(2^{16})}{2^{11}} \\ &= \frac{2^{16}(10-9)}{2^{11}} = \frac{2^{16}}{2^{11}} = 2^{16-11} = 2^5 \end{aligned}$$

-۴

$$\begin{aligned} \text{ب) } \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3}{1 - \left(\frac{1}{8}\right) \left(\frac{5}{3}\right)^3} &= \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^3}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{5}{3}\right)^3} = \frac{1 - \frac{1}{6^3}}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3} = \frac{1 - \frac{1}{6^3}}{1 - \frac{5^3}{6^3}} = \frac{\frac{6^3 - 1}{6^3}}{\frac{6^3 - 5^3}{6^3}} \\ &= \frac{6^3 - 1}{6^3 - 5^3} = \frac{216 - 1}{216 - 125} = \frac{215}{91} \end{aligned}$$

$$\text{پ)} \frac{x^4 y^2 (x+y)^3}{x^2 y (x+y)^5} = \frac{x^2 y}{(x+y)^2}$$

$$\text{ج)} \frac{4(4^6) \times 5^7}{(4 \times 5)^4} = \frac{4^7 \times 5^7}{4^4 \times 5^4} = 4^3 \times 5^3 = 20^3$$

$$\text{ح)} \frac{3 \times (3 \times 15)^6}{15^6 \times 3^7} = \frac{3 \times 3^6 \times 15^6}{15^6 \times 3^7} = \frac{3^7 \times 15^6}{15^6 \times 3^7} = 1$$

$$\text{خ)} \frac{24^7 \div 24^2}{\left(\frac{2}{\cdot/25}\right)^2 \times 3^3} = \frac{24^5}{\left(\frac{2}{\frac{1}{4}}\right)^2 \times 3^3} = \frac{24^5}{1^2 \times 3^3} = \frac{24^5}{24^3} = 24^2$$

۵- می‌دانیم که $4^{31} = 2^{62}$ می‌باشد و به دلیل بزرگ‌تر بودن پایه‌ی 5^{31} این عدد از 4^{31} بزرگ‌تر است.

بنابراین: $5^{31} > 4^{31}$

-۸

$$\left. \begin{aligned} a &= 2 \times 3^K \times 3^1 \Rightarrow a = 2 \times 3 \times 3^K \Rightarrow a = 6(3^K) \Rightarrow a^2 = 36 \times (3^{2K}) \\ b &= 9^{K-1} \Rightarrow b = 9^K \times 9^{-1} \Rightarrow b = \frac{9^K}{9} \Rightarrow b = \frac{3^{2K}}{9} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b} = \frac{36(3^{2K})}{\frac{3^{2K}}{9}} = 36 \times 9 = 324 \Rightarrow a^2 = 324b$$

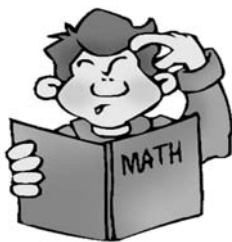
-۹

$$A = 2^{3^2} = 2^9$$

$$B = (2^2)^3 = 2^6 \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{2^9}{2^6} = 2^{9-6} = 2^3 = 8 \Rightarrow A = 8B$$

-۱۰

$$\left(\delta^{r+2}\right)^2 = \delta^{r+8} \rightarrow \delta^{2(r+2)} = \delta^{r+8} \rightarrow \delta^{2r+4} = \delta^{r+8} \rightarrow 2r+4 = r+8 \rightarrow 2r-r = 8-4 \rightarrow r = 4$$



توان صفر و منفی

✓ مشابه مسائل صفحه ۵۹ کتاب درسی

۱- عبارات ((الف)) و ((ب)) را به صورت یک عدد توان دار با توان منفی و قسمت ((پ)) را به صورت توان مثبت بنویسید.

پ) $(0/2)^{-4}$

ب) $\frac{6^5 \times 4^3}{12^5}$

الف) $0/25$

* ۲- در تساوی زیر مقدار x ، y و z را به دست آورید.

$$\frac{12^{-5} \times 18^3}{(0/0.4)^4 \times (0/3)^{-2}} = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

۳- حاصل $7/5 \div (2/5)^{-3} \times (0/16)^{-2}$ را بیابید.

$$\frac{x^{-5} \cdot y^4 \cdot z^{-2}}{x^2 \cdot y^{-3} \cdot z^5} =$$

۴- حاصل عبارت مقابل را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید.

۵- اعداد زیر را به صورت توان مثبت بنویسید.

* الف) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

* ب) $\frac{1}{(ab)^{-1}} =$

* پ) $a^2 b^{-5} =$

* ت) $\frac{ab^{-3} x^3 y^{-2}}{a^{-3} b x^{-2} y} =$

ث) $\left(a(a^3 \cdot a^2) \times a^{-4}\right)^2 =$

ج) $\frac{4^{-2} \times 5.4 \times 11^{-2}}{1.6 \times 36^{-3} \times 100} =$

چ) $(2^3)^{-2} - 2^{-2} \left[2^3 + 2^3 (3^2 - 2^3)^{-1} \right] =$

ح) $81^3 \left[50 \times \left(\frac{3^{-2}}{5} \right)^2 \right]^3 =$

۶- معادلات توانی زیر را حل کنید.

* الف) $8^{x-1} = 64$

* ب) $4^{x-1} \times 2^{x-2} = 4$

پ) $7^{x+1} - 7^x = 42$

پاسخ

$$\text{الف) } 8^{x-1} = 64 \Rightarrow \frac{2^3}{2^0} = \frac{2^6}{2^0} \Rightarrow 2^{3(x-1)} = 2^6 \Rightarrow 3(x-1) = 6 \Rightarrow x-1 = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{ب) } \frac{4^5 \times 4^3}{12^5} = \frac{(2 \times 2)^5 \times (2^2)^3}{(3 \times 2^2)^5} = \frac{2^5 \times 2^6 \times 2^6}{3^5 \times 2^{10}} = \frac{2^{11} \times 2^6}{2^{10} \times 3^5} = 2^{11-10} = 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$\text{پ) } (0/2)^{-4} = \left(\frac{2}{10}\right)^{-4} = \left(\frac{10}{2}\right)^{+4} = 5^4$$

$$\text{۳- } (0/16)^{-2} \times (2/5)^{-3} \div 7/5 = \left(\frac{16}{100}\right)^{-2} \left(\frac{25}{10}\right)^{-3} \div \frac{75}{10} = \left(\frac{4}{25}\right)^{-2} \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{10}{75}\right)$$

$$= \left(\frac{25}{4}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{15}\right) = \frac{5^4}{2^4} \times \frac{2^3 \times 2}{5^3 \times 15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\text{۴- } \frac{x^{-5} \cdot y^4 \cdot z^{-2}}{x^2 \cdot y^{-3} \cdot z^5} = \frac{x^{-5} y^4 z^{-2}}{x^2 y^{-3} z^5} = x^{-5-2} \cdot y^{4-(-3)} \cdot z^{-2-5} = x^{-7} y^7 z^{-7} = \left(\frac{y}{xz}\right)^7$$

$$\text{ث) } \left(a(a^3 \cdot a^2) \cdot a^{-4}\right)^2 = \left(a(a^5) \cdot a^{-4}\right)^2 = \left(a(a^1) \cdot a^{-4}\right)^2 =$$

$$\left(a(1) \cdot a^{-4}\right)^2 = \left(a \times a^{-4}\right)^2 = \left(a^{1-4}\right)^2 = \left(a^{-3}\right)^2 = a^{-6} = \left(\frac{1}{a}\right)^6$$

$$\text{ج) } \frac{(2^2)^{-2} \times (5^2 \times 2)^4 \times (3^4)^{-2}}{(2 \times 5)^6 \times (2^2 \times 3^2)^{-3} \times 1} = \frac{2^{-4} \times 2^4 \times 5^8 \times 3^{-8}}{2^6 \times 5^6 \times 2^{-6} \times 3^{-6}} = \frac{2^{-4+4} \times 5^8 \times 3^{-8}}{2^{6-6} \times 5^6 \times 3^{-6}}$$

$$= \frac{5^8 \times 3^{-8}}{5^6 \times 3^{-6}} = 5^{8-6} \times 3^{-8-(-6)} = 5^2 \times 3^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } (2^3)^{-2} - 2^{-2} [2^3 + 2^3 (9-8)^{-1}] &= 2^{-6} - 2^{-2} [2^3 + 2^3] = 2^{-6} - 2^{-2} [2 \times 2^3] \\ &= 2^{-6} - 2^{-2} [2^4] = 2^{-6} - 2^{4-2} = 2^{-6} - 2^2 = \frac{1}{2^6} - 2^2 = \frac{1}{64} - 4 = \frac{-255}{64} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ح) } 81^3 \left[5 \cdot \left(\frac{3^{-2}}{5} \right)^2 \right]^3 &= (3^4)^3 \left[5 \cdot \frac{3^{-4}}{5^2} \right]^3 = 3^{12} \left[5 \cdot \frac{3^{-4}}{25} \right]^3 \\ &= 3^{12} [2 \times 3^{-4}]^3 = 3^{12} \times 2^3 \times 3^{-12} = 3^{12-12} \times 2^3 = 2^3 \end{aligned}$$

-۶

$$\begin{aligned} \text{پ) } 7^x \times 7^1 - 7^x &= 42 \Rightarrow 7^x (7-1) = 42 \Rightarrow 7^x (6) = 42 \\ &\Rightarrow 7^x = 7 \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

نماد علمی



✓ مشابه مسائل صفحه‌ی ۶۲ کتاب درسی

۱- نماد علمی عدد 0.000257 و نمایش اعشاری $2/75 \times 10^{-4}$ را بنویسید.

۲- نماد علمی اعداد زیر را بنویسید.

$$\text{الف) } 4/2 \times 10^{-4} \times 1/5 \times 10^{15} =$$

$$\text{ب) } 320 \times 250 \times 10^{-8} =$$

$$\text{پ) } 15000 \times 3 \times 10^6 =$$

$$\text{ت) } 4/52 \times 10^4 \times 10^{-7} \times 5 =$$

$$\text{ث) } 6/32 \times 10^7 + 4/8 \times 10^6 =$$

$$\text{* ج) } 0.000521 =$$

$$\text{* ج) } 5126000 =$$

$$\text{* ح) } 0.0008702 =$$

$$\text{* خ) } \frac{32 \times 11 \times 10^{12} \times 530}{44 \times 80} =$$

$$\text{* د) } 0.00048 \times 5200 \times 10^7 =$$

$$\text{* ذ) } 0.406 \times 65 \times 10^{-1} =$$

$$ر) \frac{. / . . . ۲۷ \times ۱۰^{-۶}}{. / . . . ۹ \times ۱۰^{-۴} \times \frac{۴}{۵}} =$$

$$* ز) ۶ / ۴۴ \times ۱۰^{۱۰} - ۶ / ۴۴ \times ۱۰^۹ =$$

$$ژ) \frac{۳۲۴۰۰۰ \times (. / . ۱۲)^{-۳}}{(۵۰۰۰)^۴ \times . / . ۰۳} =$$

* ۳- عدد اعشاری $. / ۰۱$ را به صورت توان منفی ۱۰ بنویسید.
تا n

۴- اگر قطر زمین تقریباً ۱۲۷۳۶ کیلومتر و قطر هسته ی اتم $۹ / ۹۵ \times ۱۰^{-۱۳}$ سانتی متر باشد، قطر زمین چند برابر قطر هسته ی اتم است؟

پاسخ

$$۱- \quad ۲ / ۷۵ \times ۱۰^۴ = ۲۷۵۰۰ \quad . / . . . ۲۵۷ = ۲ / ۵۷ \times ۱۰^{-۴}$$

$$۲- \quad ۴ / ۲ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ / ۵ \times ۱۰^{۱۵} = ۶ / ۳ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۱۵} = ۶ / ۳ \times ۱۰^{۱۱} \quad \text{الف)}$$

$$\text{ب)} \quad ۳۲۰ \times ۲۵۰ \times ۱۰^{-۸} = ۸۰,۰۰۰ \times ۱۰^{-۸} = ۸ \times ۱۰^۴ \times ۱۰^{-۸} = ۸ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\text{پ)} \quad ۱۵۰۰۰ \times ۳ \times ۱۰^۶ = ۴۵۰۰۰ \times ۱۰^۶ = ۴ / ۵ \times ۱۰^۴ \times ۱۰^۶ = ۴ / ۵ \times ۱۰^{۱۰}$$

$$\text{ت)} \quad ۴ / ۵۲ \times ۱۰^۴ \times ۱۰^{-۷} \times ۵ = ۲۲ / ۶ \times ۱۰^۴ \times ۱۰^{-۷} = ۲۲ / ۶ \times ۱۰^{-۳} = ۲ / ۲۶ \times ۱۰^{-۲}$$

$$\text{ث)} \quad ۶ / ۳۲ \times ۱۰^۷ + ۴ / ۸ \times ۱۰^۶ = ۶۳ / ۲ \times ۱۰^۶ + ۴ / ۸ \times ۱۰^۶ = ۱۰^۶ (۶۳ / ۲ + ۴ / ۸) = ۱۰^۶ (۶۸) = ۶ / ۸ \times ۱۰^۷$$

$$ر) \quad \frac{۲ / ۷ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{-۶}}{۹ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{-۴} \times . / . ۸} = \frac{۲ / ۷ \times ۱۰^{-۱۰}}{۹ \times ۱۰^{-۸} \times . / . ۸} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{-۱۰}}{۸ \times ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{-۸}} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۱۱}}{۸ \times ۱۰^{-۹}} = \frac{۳}{۸} \times ۱۰^{-۲}$$

$$. / ۳۷۵ \times ۱۰^{-۲} = ۳ / ۷۵ \times ۱۰^{-۳}$$

$$ژ) \quad \frac{۳ / ۲۴ \times ۱۰^۵ \times (۱ / ۲ \times ۱۰^{-۲})^{-۳}}{(۵ \times ۱۰^۳)^۴ \times ۳ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۳ / ۲۴ \times ۱۰^۵ \times (۱ / ۲)^{-۳} \times ۱۰^۶}{۵^۴ \times ۱۰^{۱۲} \times ۳ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۳ / ۲۴ \times ۱۰^{۱۱}}{(۱ / ۲)^۳ \times ۵^۴ \times ۱۰^{۱۲} \times ۳ \times ۱۰^{-۳}}$$

$$= \frac{۳ / ۲۴ \times ۱۰^{۱۱}}{(۱ / ۲)^۳ \times ۵^۴ \times ۳ \times ۱۰^۹} = \frac{۳ / ۲۴ \times ۱۰^{۱۲}}{(۱ / ۲)^۳ \times ۵^۳ \times ۵ \times ۳} = \frac{۳ / ۲۴ \times ۱۰^{۱۲}}{۶^۳ \times ۵ \times ۳} = \frac{۳۲۴}{۶^۳ \times ۵ \times ۳}$$

$$= \frac{۹ \times ۳۶}{۶^۳ \times ۵ \times ۳} = \frac{۹}{۶ \times ۵ \times ۳} = \frac{۱}{۱۰} = ۱۰^{-۱}$$

-۴

$$\frac{۱۲۷۳۶۰۰۰(m)}{۹/۹۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۲}(m)} = \frac{۱/۲۷۳۶ \times ۱۰^۷}{۹/۹۵ \times ۱۰^{-۵}} = ۰/۱۲۸ \times ۱۰^{۷-(-۵)} = ۰/۱۲۸ \times ۱۰^{۱۲} = ۱/۲۸ \times ۱۰^{۱۱}$$



ریشه گیری

✓ مشابه مسائل صفحه ۶۹ کتاب درسی

۱- حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

الف) $\frac{۲\sqrt{۱۸} + ۳\sqrt{۳۲}}{۶\sqrt{۲}} =$

ب) $\sqrt{۲۷} - ۷\sqrt{۳} + \frac{\sqrt{۳}}{۳} =$

پ) $-۵\sqrt{۱۸} + ۳\sqrt{۸} + ۳\sqrt{۵۰} =$

ت) $\frac{\sqrt[۳]{۸۱} + \sqrt[۳]{-۲۴} - \sqrt[۳]{۰/۰۰۳}}{\sqrt[۳]{۳}} =$

* ث) $۳۰ \left(\sqrt{\frac{۲}{۳۶}} - \sqrt{\frac{۲}{۲۵}} \right) =$

* ج) $(-۵\sqrt{۶})(-۲\sqrt{۱۸})(۴\sqrt{۲۷}) =$

* چ) $۵\sqrt{۰/۷۲} - \sqrt[۳]{۹۸} + ۵\sqrt{۰/۸} =$

* ح) $\sqrt{۴(a+b)} + ۲\sqrt{a+b} - \sqrt{a+b} =$

* خ) $(\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۳})^۲ + (\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳})^۲ =$

* د) $۲\sqrt{۳۲} - ۳\sqrt[۳]{۵۴} - ۵\sqrt{۱۶۲} + ۷\sqrt[۳]{۲} =$

* ذ) $\sqrt[۳]{۱۱ - \sqrt{۲۱}} \times \sqrt[۳]{۱۱ + \sqrt{۲۱}} \times \sqrt[۶]{۱۰۰} =$

ر) $\sqrt{۴ - ۲\sqrt{۲}} \times \sqrt[۴]{۶ + ۴\sqrt{۲}} =$

ز) $\sqrt[۳]{-\frac{۸}{۲۷}} + \sqrt[۳]{-\frac{۸}{۲۷}} + \sqrt[۳]{-\frac{۸}{۲۷}} + \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲۷}} =$

۲- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\begin{array}{llll} \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4}} \text{ (الف)} & \sqrt{\frac{1}{x^3}} \text{ (ب)} & \frac{2\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{49}} \text{ (پ)} & \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{18}} \text{ (ت)} \\ \frac{(\sqrt{2})^{-1}}{\sqrt{3}} \text{ (ث)} & \frac{5a}{\sqrt[3]{b^2a}} \text{ (ج)} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ (چ)} & \end{array}$$

۳- ساده شده‌ی عبارت $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18} + 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

پاسخ

-۱

$$\text{الف)} \quad \frac{2\sqrt{18} + 3\sqrt{32}}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{16 \times 2}}{6\sqrt{2}} = \frac{2(3\sqrt{2}) + 3(4\sqrt{2})}{6\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2} + 12\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad \sqrt{27} - 7\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} &= \sqrt{9 \times 3} - 7\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = -4\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{-12\sqrt{3} + \sqrt{3}}{3} = \frac{-11\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{پ)} \quad -5\sqrt{18} + 3\sqrt{8} + 3\sqrt{50} &= -5\sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{4 \times 2} + 3\sqrt{25 \times 2} \\ &= -15\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت)} \quad \frac{\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-24} - \sqrt[3]{0.003}}{\sqrt[3]{3}} &= \frac{\sqrt[3]{3^3 \times 3} - \sqrt[3]{8 \times 3} - \sqrt[3]{\frac{3}{1000}}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} - \frac{\sqrt[3]{3}}{10}}{\sqrt[3]{3}} \\ &= \frac{\sqrt[3]{3} - \frac{\sqrt[3]{3}}{10}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{10\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3}}{10\sqrt[3]{3}} = \frac{9\sqrt[3]{3}}{10\sqrt[3]{3}} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د)} \quad \sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} &= \sqrt[4]{(4-2\sqrt{2})^2} \times \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} = \sqrt[4]{4-2\sqrt{2}} \sqrt[4]{4-2\sqrt{2}} \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} \\ &= \sqrt[4]{16-8\sqrt{2}-8\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2} \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} = \sqrt[4]{24-16\sqrt{2}} \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} \\ &= \sqrt[4]{4(6-4\sqrt{2})} \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} = \sqrt[4]{4(36+24\sqrt{2}-24\sqrt{2}-32)} \\ &= \sqrt[4]{4(36-32)} = \sqrt[4]{16} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ز)} \quad \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{\frac{1}{27}} &= \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27} + \frac{1}{3}} \\
 &= \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27} + \frac{1}{3}} \\
 &= \sqrt[3]{-\frac{8}{27} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

-۲

$$\text{الف)} \quad \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{2}$$

$$\text{ب)} \quad \sqrt{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 \times x}} = \frac{1}{|x| \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{|x| \sqrt{x^2}} = \frac{\sqrt{x}}{|x|} = \frac{\sqrt{x}}{x^2} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{ج)} \quad \frac{\Delta a}{\sqrt[3]{b^2 a}} \times \frac{\sqrt[3]{ba^2}}{\sqrt[3]{ba^2}} = \frac{\Delta a \sqrt[3]{ba^2}}{\sqrt[3]{b^2 a^3}} = \frac{\Delta a \sqrt[3]{ba^2}}{ba} = \frac{\Delta \sqrt[3]{ba^2}}{b}$$

$$\text{د)} \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{(\sqrt{3})(\sqrt{3})} - \frac{(\sqrt{3})(\sqrt{2})}{(\sqrt{2})(\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{6}}{6} = \frac{-\sqrt{6}}{6}$$

-۳

$$\begin{aligned}
 2\sqrt{2} + 3\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{50} &= 2\sqrt{2} + 3(2\sqrt{2}) + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\
 &= 13\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \Rightarrow \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 9 \quad \text{عبارت نه برابر } \sqrt{2} \text{ می باشد.}
 \end{aligned}$$

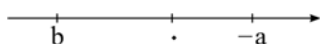


فصل چهارم : چندجمله‌ای‌ها و اتحادها

تفریق و قرینه‌ی اعداد، تقسیم و معکوس اعداد و عبارت‌های جبری

✓ مشابه مسائل صفحه‌های ۷۷ و ۸۳ کتاب درسی

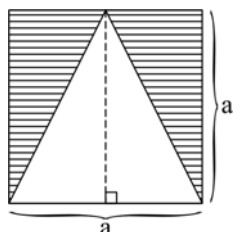
* ۱- اگر a و b دو عدد حقیقی طبق شکل زیر باشند، به سوالات زیر پاسخ دهید.



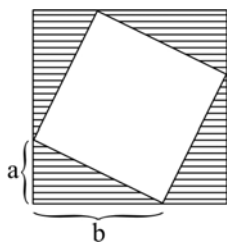
الف) علامت $a+b$ و a را تعیین کنید.

ب) اگر $a+b=-5$ و $a=-2$ باشد، مقدار $-b^2$ را به دست آورید.

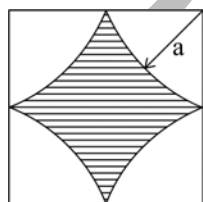
۲- با توجه به شکل زیر مساحت ناحیه‌ی هاشورزده را برحسب a بیابید.



۳- در شکل زیر مساحت ناحیه‌ی هاشورزده را بیابید. (از دو روش)



۴- در شکل مقابل مساحت ناحیه‌ی هاشورزده را بیابید.



* ۵- در مستطیل زیر یک دایره و یک نیم‌دایره رسم شده است. مساحت قسمت هاشورزده را بر حسب a به دست

آورید و نشان دهید این مقدار برحسب a یک‌جمله‌ای است و ضریب عددی آن را بیابید.

